

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B16

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B16-6	3.4	trudne	8	12

2. Treść zadania

W zadaniu tym przyjmijmy następującą umowę. *Dwa równania nazywamy stowarzyszonymi jeżeli jedno z nich powstaje z drugiego przez pomnożenie przez liczbę różną od zera.*

- A. Napisz równanie stowarzyszone z równaniem $2x^2 - x - 1 = 0$.
- B. Zapisz wszystkie równania stowarzyszone z równaniem z podpunktu A. Ile jest takich równań?
- C. Podaj równanie stowarzyszone z równaniem z podpunktu A i rozwiąż oba równania.
- D. Czy prawdziwe jest stwierdzenie, że każde dwa równania stowarzyszone również mają te same rozwiązania? Odpowiedź uzasadnij.
- E. Rozstrzygnij, czy wniosek z punktu D jest prawdziwy dla równania z punktu A, będącego sumą dwóch równań stowarzyszonych.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

- A. Wybieramy dowolnie ustaloną liczbę różną od 0, np. 3 i mnożymy równanie $2x^2 - x - 1 = 0$ przez tę liczbę. Otrzymujemy równanie $6x^2 - 3x - 3 = 0$, które zgodnie z przyjętą umową w treści zadania jest stowarzyszone z danym równaniem.
- B. Niech p oznacza dowolną liczbę rzeczywistą różną od zera. Wtedy dowolne równanie stowarzyszone z równaniem $2x^2 - x - 1 = 0$ jest postaci $2px^2 - px - p = 0$. Równań takich jest nieskończenie wiele.
- C. Równaniem stowarzyszonym z równaniem $2x^2 - x - 1 = 0$ jest np. równanie $6x^2 - 3x - 3 = 0$. Oba równania mają dwa rozwiązania, ponieważ obie Δ są dodatnie. Są nimi liczby $x_1 = -\frac{1}{2}$ i $x_2 = 1$.
- D. Niech $p \neq 0$, wtedy wobec B, równanie $2px^2 - px - p = 0$ jest stowarzyszone z równaniem z tematu zadania. Dzieląc obie strony przez p otrzymujemy równanie $2x^2 - x - 1 = 0$, a zatem każde równanie stowarzyszone z tym równaniem ma takie same rozwiązania tzn. $x_1 = -\frac{1}{2}$ i $x_2 = 1$.

- E. Zauważmy, że równania $2x^2 - x - 1 = 0$ i $-2x^2 + x + 1 = 0$ są stowarzyszone, bo drugie powstaje z pierwszego przez pomnożenie przez -1 . Sumą tych równań jest równanie $0x^2 - 0x - 0 = 0$, które nie jest stowarzyszone z żadnym z tych równań i jest spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą. Zatem nie jest prawdą, że suma dwu równań stowarzyszonych jest równaniem stowarzyszonym z którymś z nich.

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	podanie przykładu równania stowarzyszonego	1
B	uogólnienie wyniku z podpunktu A	1
C	rozwiązanie równania z podpunktu A	1
	podanie i rozwiązanie równania stowarzyszonego z danym	1
D	sformułowanie hipotezy	1
	uzasadnienie poprawności hipotezy	1
E	sformułowanie hipotezy	1
	podanie kontrprzykładu	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

praca samodzielna, zadanie dodatkowe